



Généralités

L'astrolabe matérialise, sur un plan, par projection stéréographique, les sphères locale et céleste avec leurs principaux repères. Une judicieuse conception de la projection de la sphère céleste permet de la superposer et de la faire tourner relativement à la sphère locale sur leur axe commun. Ainsi peuvent être connues les positions apparentes des astres à un instant donné.

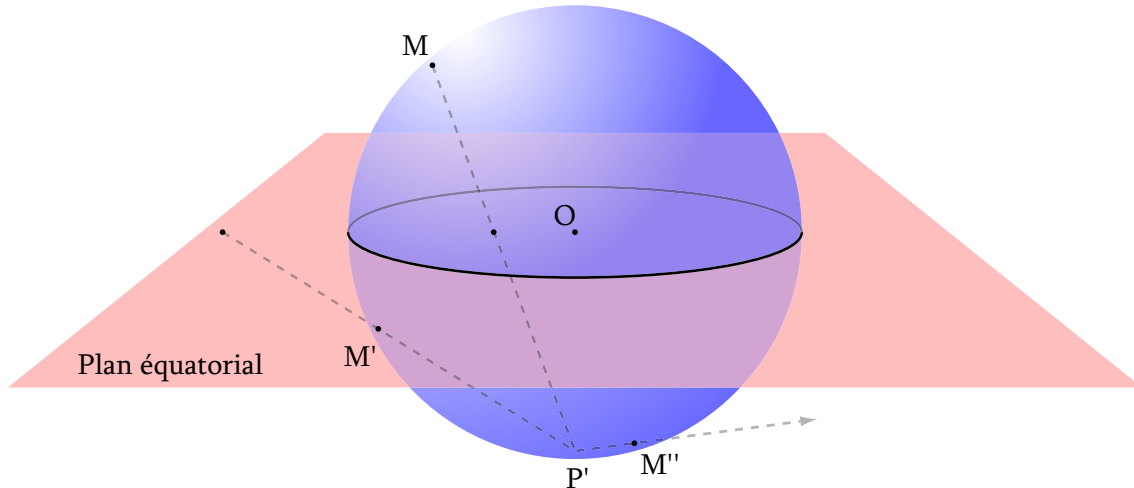
Les deux propriétés fondamentales de la projection stéréographique sont :

1) Lorsqu'un cercle de la sphère passe par P' son image est une droite sur le plan de projection.

Lorsqu'un cercle de la sphère ne passe pas par P' son image est un cercle sur le plan de projection.

2) La projection conserve les angles.

Sans entrer dans le détail de leurs démonstrations, ces deux propriétés facilitent, pour la première, le



Cet instrument exploite les propriétés de la projection stéréographique. Le centre de projection se situe à la surface de la sphère sur un des pôles et le plan de projection est l'équateur.

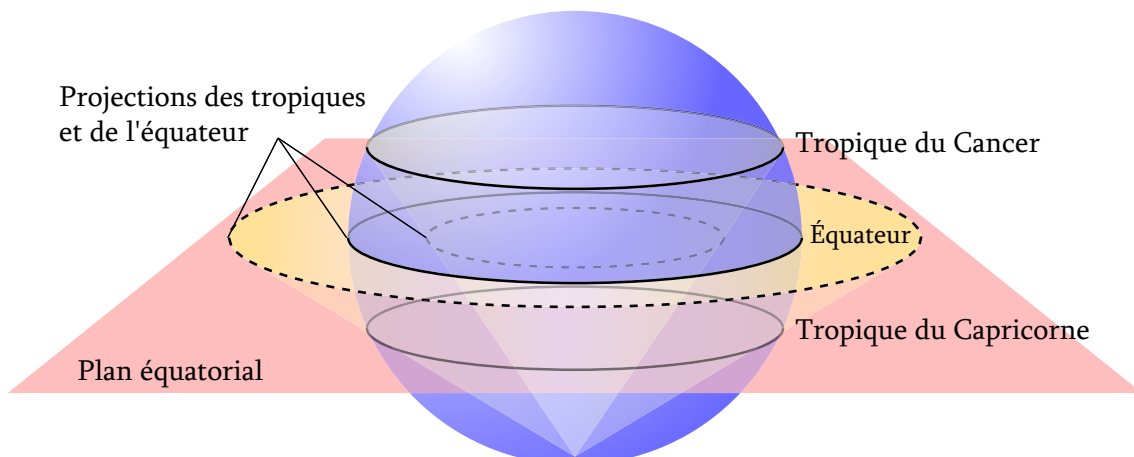
Les points M et M' de la sphère céleste de centre O sont projetés sur un plan confondu au grand cercle équateur tracé sur la figure, à partir du centre de projection P' qui matérialise un des pôles de la sphère.

Chaque point de l'hémisphère situé au-dessus du plan sera projeté à l'intérieur du cercle équateur et à l'extérieur pour les points de l'autre hémisphère.

tracé de l'instrument alors que la deuxième permet de reproduire les configurations des différents points de la sphère.

Les cartes du ciel le représentent tel que vu de l'intérieur de la sphère céleste. L'astrolabe représente cette dernière telle que vue de sa surface, d'où une inversion.

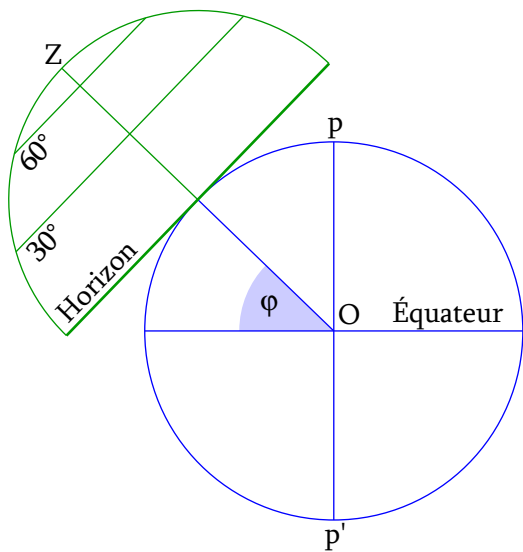
La projection d'un point M'' situé à proximité de P' se ferait à une distance irréaliste sur le plan de l'équateur. Sur les astrolabes, la projection se limite donc entre le pôle nord et la déclinaison $-23,45^\circ$ ou le tropique du Capricorne s'il est supposé que la sphère du monde remplace la sphère céleste comme sur le croquis suivant.



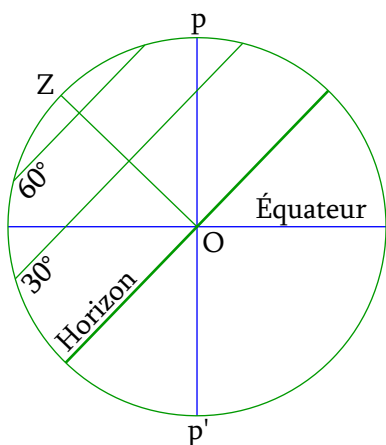


Soit à présent la sphère du monde à projeter. Dans le croquis précédent, elle est disposée de la même manière que la sphère céleste son axe nord-sud et son équateur confondus avec ceux de la sphère céleste.

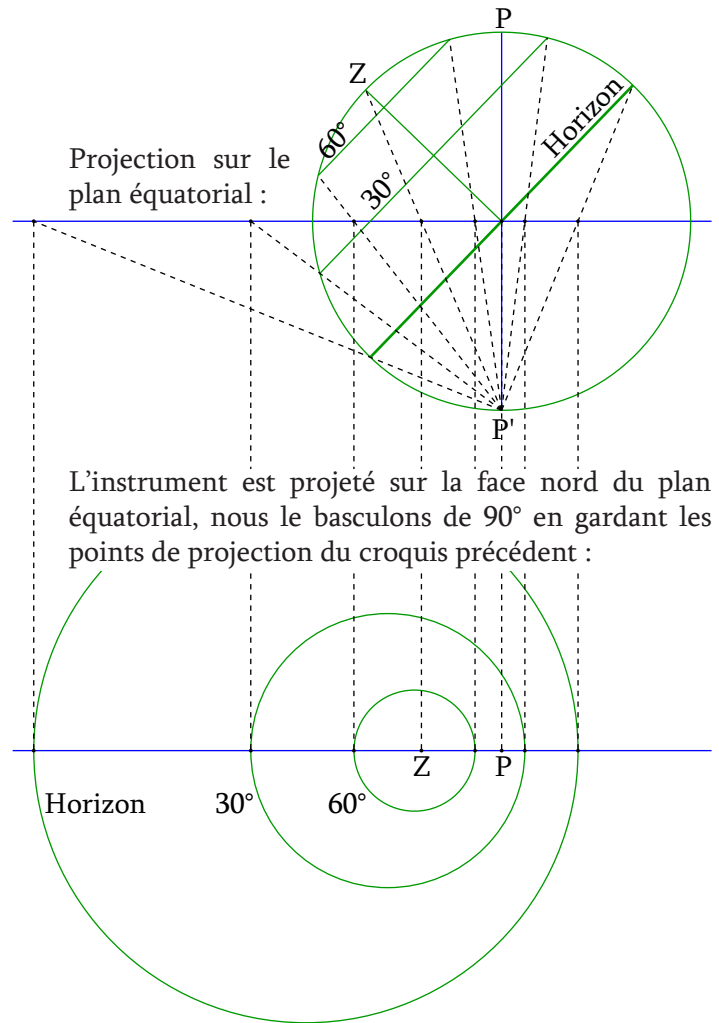
Si un observateur est situé par exemple à la latitude (φ) de 45° , sa sphère locale, avec zénith (Z), horizon, cercles de hauteur (ici 30° et 60°) devrait apparaître sur terre ainsi.



Mais les sphères sont de rayons indéfinis et de centre O, il est donc possible de dessiner :



Ci dessous, voici l'ébauche de tracé d'un tympan d'horizon. La même procédure s'effectue pour les points (étoiles) ou cercles de référence de la sphère céleste.



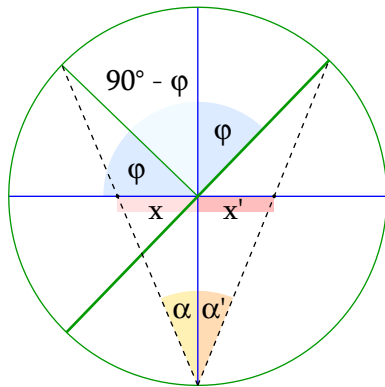
L'instrument est projeté sur la face nord du plan équatorial, nous le basculons de 90° en gardant les points de projection du croquis précédent :

Dans l'Antiquité, l'ensemble s'opérait par projection « mécanique ». C'est généralement relativement aisé à effectuer. Lorsqu'il est possible d'avoir un astrolabe d'origine dans les mains, il est intéressant de retrouver les empreintes laissées par les pointes sèches au centre de chaque cercle. Elles se situent sur le méridien et sur une ligne perpendiculaire à ce dernier quand les azimuts sont gravés.

Les ordinateurs apportent à présent une aide précieuse. Ils permettent, avant construction, d'établir, par exemple, des tableaux qui donnent les distances au pôle du centre de chaque tracé ainsi que leurs rayons.

Exemple de principe pour la projection d'un point zénithal d'un lieu de latitude φ et du coté nord de son horizon.

L'angle $(90^\circ - \varphi)$ est le complément à 90° de la latitude φ .



La mesure de l'angle au centre interceptant un arc vaut le double de celle de l'angle inscrit interceptant ce même arc.

L'angle α est donc $1/2 \times (90^\circ - \varphi)$.

La longueur recherchée x est : $R \times \tan \alpha$.

$$\text{Donc } x = R \times \tan \frac{90^\circ - \varphi}{2}$$

(φ devient une déclinaison δ dans le cas d'une étoile).

Par commodité, nous nommerons α l'angle mesuré à partir de l'axe polaire et x la distance portée sur le méridien à partir du même axe lorsque la projection s'effectue du côté du zénith. α' et x' seront utilisés pour les projections portées de l'autre côté. Il convient d'être attentif dans les combinaisons d'angles qui permettent de déterminer α ou α' .

R est le rayon du cercle équateur, choisi en fonction des dimensions hors tout à donner à l'instrument. (Dans la pratique, il faut doubler ce rayon pour obtenir le rayon total qui tient compte de la présence d'un limbe, etc ...).

Il ne faut pas oublier que les tracés de l'horizon et des cercles de hauteur se modifient d'une latitude à l'autre.

Avant d'en aborder le tracé, il importe d'ouvrir une parenthèse pour préciser quelques particularités de l'astrolabe présenté ici.

Un astrolabe comporte la matérialisation de l'écliptique. Pour connaître la longitude du Soleil à un moment donné, presque tous possèdent au dos un calendrier zodiacal. Celui-ci fait correspondre à une échelle graduée en degrés du zodiaque une échelle graduée en jours, le calendrier.

L'orbite terrestre n'est pas rigoureusement un cercle mais une ellipse. Le déplacement apparent du Soleil le long de l'écliptique ne s'effectue donc pas à vitesse constante.

Pour résoudre cet inconvénient, deux méthodes ont vu le jour.

a) Les deux échelles sont concentriques et le calendrier est divisé en parties sensiblement inégales.

b) Méthode plus courante, le cercle qui exécute le calendrier est légèrement décentré, ce qui permet de conserver des graduations égales.

Ce calendrier zodiacal présente quelques inconvénients. En particulier, le calendrier julien implique un cycle quadriennal. Ce qui fait que la correspondance des jours et des degrés du zodiaque ne peut s'appliquer aux trois années qui précèdent et suivent l'année considérée pour la gravure. Sans compter que l'introduction des années séculaires (par l'amélioration du calendrier Julien en calendrier grégorien en 1582) est postérieure à bon nombre d'astrolabes. Le constructeur omet aussi bien souvent d'indiquer pour quelle année d'un cycle de quatre ans le calendrier a été gravé. Tout ceci est facteur d'imprécisions, sans oublier le fait qu'une lecture sur une échelle doit être prolongée par une réglette sur une autre échelle et le tout est reporté de l'autre côté sur l'écliptique.

La solution choisie est d'ôter le calendrier zodiacal et de graduer tout simplement l'écliptique en longitudes. A présent, toute éphéméride indique avec précision la longitude écliptique du Soleil pour chaque date.

Par contre, il subsiste un problème. La position du Soleil sur le zodiaque d'un astrolabe traditionnel matérialise en quelque sorte la date qu'il faut faire correspondre aux heures locales pour un réglage de l'instrument. Si la longitude du Soleil vrai servait de repère de date, il serait introduit des écarts propres au Soleil donc inapplicables aux étoiles. Pour les étoiles, il faut opérer sur un plan équatorial.

L'ascension droite du Soleil moyen peut être considérée comme approximativement égale pour la même date d'années différentes. Cette ascension droite peut alors se matérialiser sur l'astrolabe par une échelle des dates sur le plan équatorial (ici sur la couronne externe de l'araignée). Le 1er janvier à 0h temps moyen local correspond à l'ascension droite de 18h 40 mn.

Ce calendrier facilite grandement l'exploitation de l'instrument avec les étoiles. Par contre il serait tentant de déterminer la position du Soleil sur l'écliptique à partir du calendrier à l'aide de la réglette. Le résultat obtenu serait la position du Soleil moyen. Pour une détermination de l'heure de



jour, par exemple, c'est la position du Soleil vrai qu'il faut afficher sur l'écliptique.

La lecture de l'heure se fait toujours grâce au calendrier moyen, ce qui permet de ne pas tenir compte de l'équation du temps.

Bien entendu, une correction dans le cycle de quatre ans peut être apportée à la date affichée. Ci dessous une petite table indique le temps qui s'écoule entre le début de l'année civile (1er janvier à 0h U.T.) et le début de l'année tropique.

Année	Correction	Correction Jusqu'au 28/02 à 24h	Correction dès le 29/02 à 0h
2005	+ 0,76		
2006	+ 0,51		
2007	+ 0,27		
2008		+ 0,03	+ 1,03
2009	+ 0,79		
2010	+ 0,54		
2011	+ 0,30		
2012		+ 0,06	+ 1,06
2013	+ 0,82		
2014	+ 0,58		
2015	+ 0,33		
2016		+ 0,09	+ 1,09
2017	+ 0,85		
2018	+ 0,61		
2019	+ 0,36		
2020		+ 0,12	+ 1,12
2021	+ 0,88		
2022	+ 0,64		
2023	+ 0,40		
2024		+ 0,15	+ 1,15
2025	+ 0,91		
2026	+ 0,67		

Pour un réglage plus précis de l'astrolabe, il y a lieu d'en tenir compte, sans oublier le jour supplémentaire à introduire entre le 28 février à 24h et le 29 février à 0h pour les années 2004, 2008, 2012, 2016, 2020, 2024.

Il peut aussi être ajoutée la fraction de jour écoulée (ex : + 0, 5 jour vers 12h, + 1,0 jour vers 24h). Un réglage pour le 10 août 2010 à 23h locale demande d'afficher en réalité le 10 août + 0,54 (pour 2010) + 0,96 (pour 23h) = 1,5 soit le 11,5 août.

Cet excès de précision peut sembler déplacé, mais il suffit de considérer un astrolabe convenablement tracé et gradué, avec un rayon équatorial de 10 cm, pour en réaliser les avantages.

Après observation d'astrolabes, et dans l'état de la documentation obtenue, il est possible de signaler au moins deux instruments du XVIIème siècle avec la particularité d'un calendrier sur la face avant. L'instrument reproduit est inversé par rapport à la tradition (la sphère céleste tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre), ceci pour ne pas dérouter les personnes habituées aux cartes du ciel. Normalement, les angles horaires sont comptés à partir du méridien sud de 0h à 24h et la plupart du temps de 0h à 12h. Ici les angles horaires tiennent compte des + 12h du temps civil. Enfin, les azimuts sont gradués avec le zéro au nord pour correspondre à l'usage des boussoles.

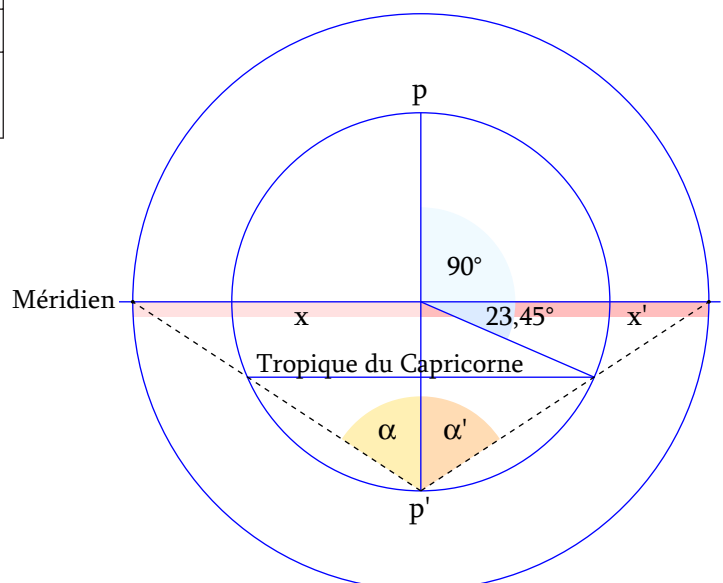
Ces modifications sont simplement motivées par une exploitation actuelle, sans trop nuire au principe et à l'aspect de l'instrument.

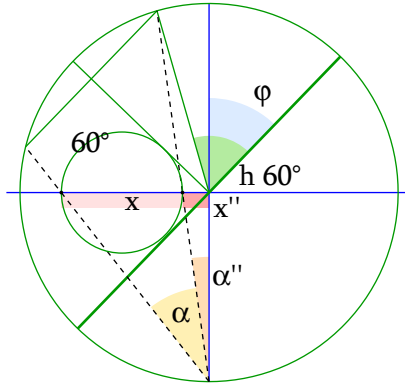
Réalisation pas à pas du tympan.

Pour commencer, matérialiser le méridien ainsi que le centre de l'instrument. Sur le tympan, aucun tracé (sauf la graduation des angles horaires) ne sort du cercle du tropique du capricorne. Il convient donc de commencer par ce dernier.

Tracé du tropique du capricorne.

Nous matérialisons la sphère céleste avec un rayon (R) égal à 5 cm (l'échelle des croquis n'est pas respectée dans les pages qui suivent). Nous traçons sur cette sphère le tropique du capricorne à - 23,45°.





En observant les croquis, on peut remarquer deux cas possibles :

$h < \varphi$: la hauteur h de l'almucantar est inférieure à la latitude φ .

$$\alpha = \frac{180^\circ - (\varphi + h)}{2} \quad ; \quad \alpha' = \frac{\varphi - h}{2}$$

x ou x' sont égaux à : $R \times \tan \alpha$ ou α' .

Le rayon de l'almucantar est : $x + x' / 2$.

La distance entre le centre de l'almucantar et celui de l'instrument est égale au rayon de l'almucantar - x' .

(Avec $R = 5$ cm, $\varphi = 44^\circ$ et $h = 30^\circ$, le rayon est : 3,624 cm et la distance au centre : 3,01 cm).

$h > \varphi$: la hauteur h de l'almucantar est supérieure à la latitude φ .

$$\alpha = \frac{180^\circ - (\varphi + h)}{2} \quad ; \quad \alpha'' = \frac{h - \varphi}{2}$$

x ou x'' sont égaux à : $R \times \tan \alpha$ ou α'' .

Le rayon de l'almucantar est : $x - x'' / 2$.

La distance entre le centre de l'almucantar et celui de l'instrument est égale au rayon de l'almucantar + x'' .

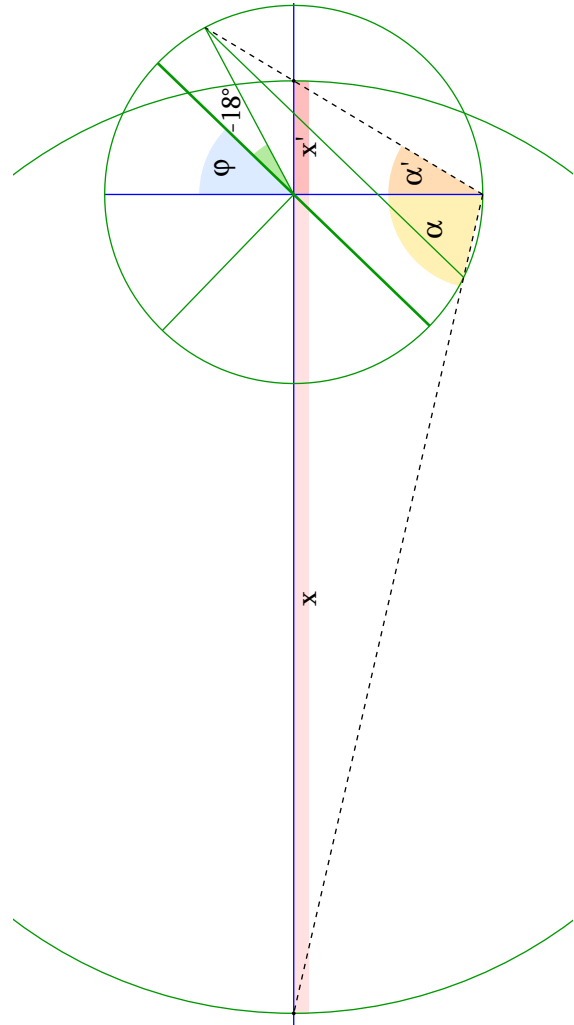
(Avec $R = 5$ cm, $\varphi = 44^\circ$ et $h = 60^\circ$, le rayon est : 1,601 cm et la distance au centre : 2,304 cm).

Dans ce deuxième cas, les deux projections sont du même côté du méridien relativement à l'axe.

Tracé de l'almucantar - 18° .

$$\alpha = \frac{180^\circ - (\varphi - 18^\circ)}{2} \quad ; \quad \alpha' = \frac{\varphi + 18^\circ}{2}$$

x ou x' sont égaux à : $R \times \tan \alpha$ ou α' .



Le rayon de l'almucantar - 18° est : $x + x' / 2$.

La distance entre le centre de l'almucantar - 18° et celui de l'instrument est égale au rayon de l'almucantar - $18^\circ - x'$.

(Avec $R = 5$ cm et $\varphi = 44^\circ$, le rayon est : 12,33 cm et la distance au centre : 9,326 cm).

Tracé du premier vertical.

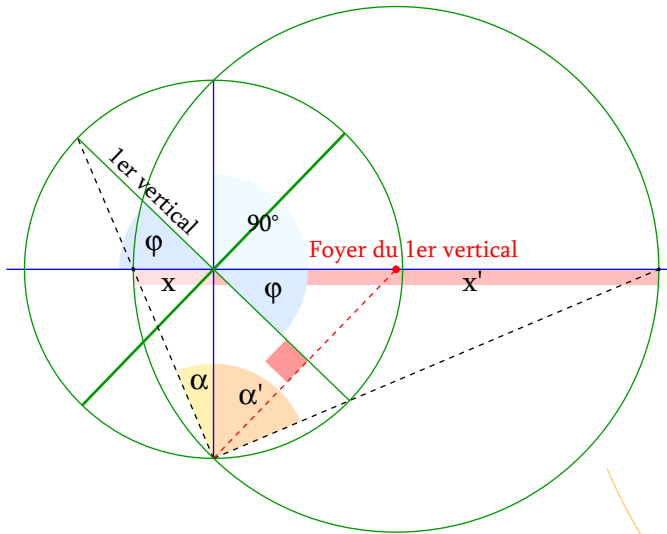
Ce dernier est un grand cercle perpendiculaire à l'horizon. Un des bords correspond au zénith dont nous retrouvons la formule.

$$\alpha = \frac{90^\circ - \varphi}{2} \quad ; \quad \alpha' = \frac{90^\circ + \varphi}{2}$$

Les distances au centre x et x' sont :

$$x = R \times \tan \frac{90^\circ - \varphi}{2} \quad ; \quad x' = R \times \tan \frac{90^\circ + \varphi}{2}$$

($x = 2,122$ cm, $x' = 11,779$ cm avec : $\varphi = 44^\circ$ et $R = 5$ cm).



Le rayon du premier vertical est : $x + x' / 2$.
(6,95 cm sur l'exemple).

La distance entre le centre du premier vertical et celui de l'instrument est égale au rayon du premier vertical - x ,
ou directement par la formule : $R \times \tan \varphi$.
(4,828 cm sur l'exemple).

Le centre du premier vertical est aussi nommé le foyer du premier vertical. Il se situe sur le méridien à l'opposé de l'axe relativement au zénith.

Tracé des verticaux.

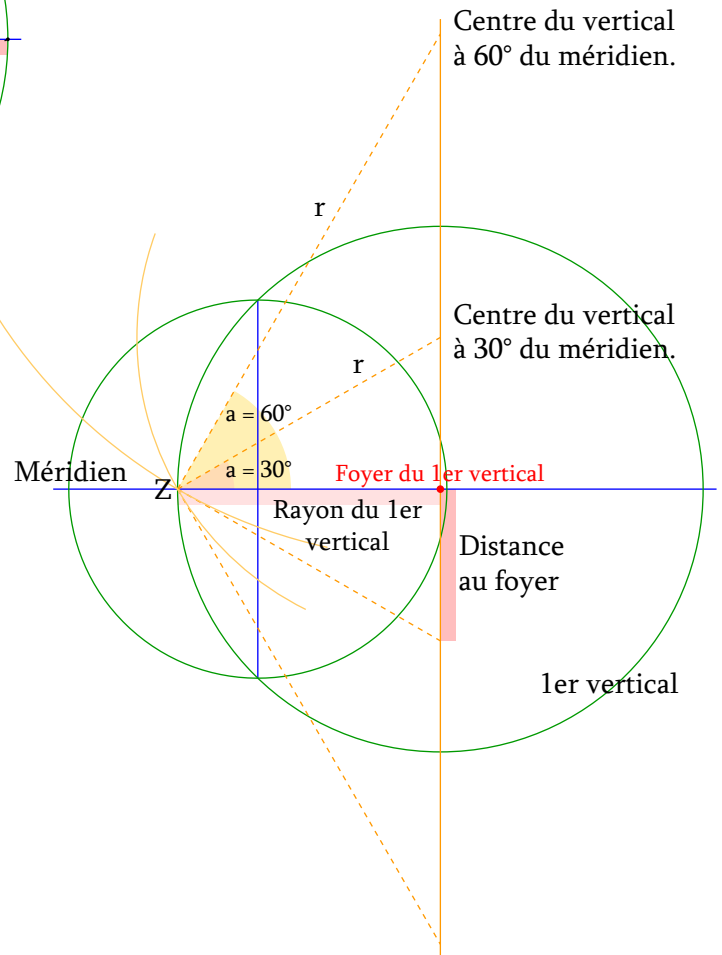
Le méridien est lui aussi un vertical. Etant donné qu'il passe par le point de projection P' , son image est une droite. Si nous observons la sphère locale par dessus, les autres verticaux sont à 5° , 10° , 15° ... du plan du premier vertical ou du méridien.

Le point de rotation est donc le zénith et c'est à partir de ce dernier que nous mesurons les angles correspondants aux autres verticaux.

Le méridien peut être considéré comme un vertical dont le point de projection est situé à l'infini, sur une ligne perpendiculaire au méridien, et passant par le centre du premier vertical (le foyer). Les autres verticaux passent donc par le zénith et leurs centres respectifs se situent sur cette ligne perpendiculaire entre le centre du premier vertical et l'infini (centre du méridien).

Sur le croquis, nous traçons une ligne perpendiculaire au méridien et passant par le foyer du premier vertical. A partir du zénith (point de croisement entre le premier vertical et le méridien) nous traçons des droites à 5° , 10° , 15°

La projection de ces droites sur la ligne perpendiculaire au méridien donne les centres des verticaux. L'opération s'effectue symétriquement de part et d'autre du méridien.



Par le calcul :

Distance au foyer = rayon du 1er vertical $\times \tan a$.

(Sur l'exemple, les distances au foyer sont de : 4,012 cm pour 30° et : 12,038 cm pour 60°).

Le rayon r du vertical est :

$$r = \sqrt{\text{rayon du 1er vertical}^2 + \text{distance au foyer}^2}$$

(Sur l'exemple, $r = 8,025$ cm pour 30° et : 13,9 cm pour 60°).

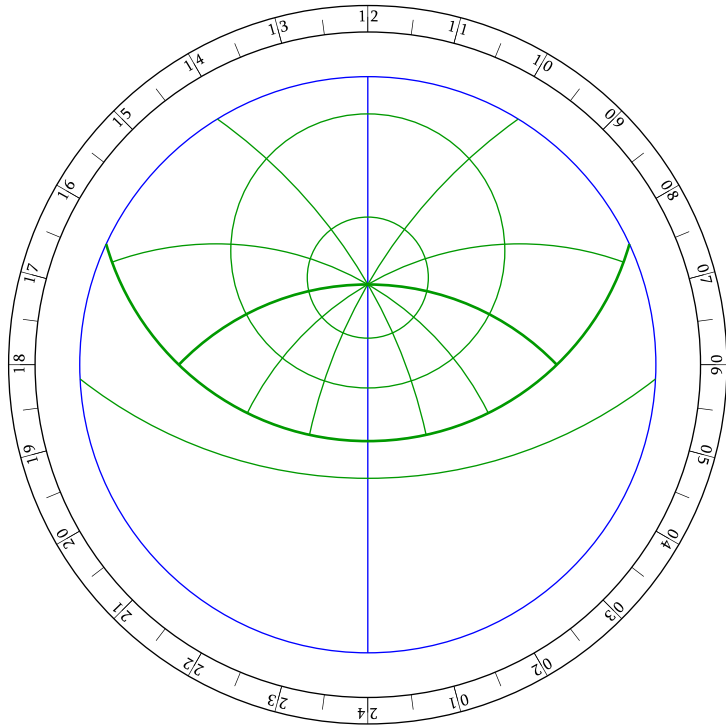
Tous les tracés sont à présent disponibles pour un tympan.

Méridien, horizon et almucantarats sont contenus dans le tropique du Capricorne. Les verticaux sont contenus entre le tropique du Capricorne et l'horizon.



L'emplacement de la graduation des angles horaires, doit tenir compte de la présence du calendrier sur le rète.

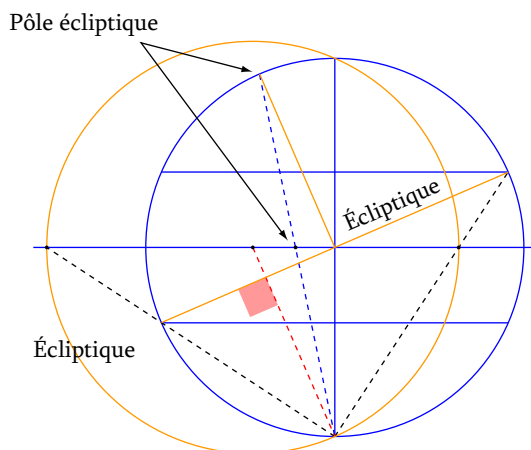
Sur l'exemple cela donne concrètement un rayon de 8,8 cm pour le cercle intérieur de la graduation horaire et un rayon de 9,5 cm pour l'extérieur.



Réalisation pas à pas du rète.

Tracé de l'écliptique.

A rayon donné, les valeurs ne dépendent pas de la latitude. L'écliptique, dont le plan est incliné d'environ 23,45° sur l'équateur, peut être considéré comme l'horizon d'un point situé à une latitude de 66,55°.



Il est aisé de le positionner sur le méridien entre les déclinaisons - 23,45° (tropique du Capricorne) et + 23,45° (tropique du Cancer) et d'en déduire son centre.

Par le calcul, nous avons déjà vu la formule qui permet d'obtenir le rayon du tropique du Capricorne. (7,619 cm sur l'exemple).

La formule du rayon du tropique du Cancer est :

$$R \times \tan \frac{90^\circ - 23,45^\circ}{2}$$

(3,281 cm sur l'exemple).

Le rayon de l'écliptique est égal à :

$$\frac{\text{rayon Capricorne} + \text{rayon Cancer}}{2}$$

(5,45 cm sur l'exemple).

La distance entre le centre de l'écliptique et celui de l'instrument est égale au rayon de l'écliptique - le rayon du tropique du Cancer,

ou directement par la formule : $R \times \tan 23,45^\circ$.

(2,169 cm sur l'exemple).

La distance entre le pôle écliptique et le centre de l'instrument (à ne pas confondre avec le centre de son tracé) est très simple à trouver.

Par le calcul, sa formule est :

$$R \times \tan \frac{23,45^\circ}{2}$$

(1,038 cm sur l'exemple).

Graduation de l'écliptique.

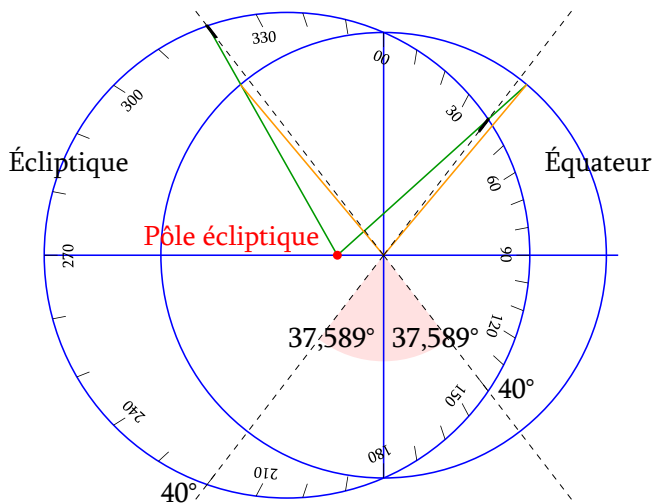
Il est nécessaire de matérialiser la projection du pôle écliptique.

Le cercle équateur, divisé selon le choix (degrés ou zodiaque), est provisoirement formé sur le rète (lignes oranges).

Chaque repère ainsi matérialisé est joint par une ligne au pôle écliptique (lignes vertes).

L'intersection de cette ligne avec la projection de l'écliptique matérialise le degré correspondant sur ce dernier.

Dans la pratique, la graduation doit être radiale relativement au centre de l'instrument, et ainsi retracée à partir du pôle nord (lignes pointillées).



Les reports décrits ici sont à l'origine d'imprécisions. Par le calcul, il est possible de déterminer directement l'angle entre la perpendiculaire au méridien (passant par le centre de l'instrument) et la graduation considérée.

Le tableau suivant donne les valeurs correspondantes à compter dans les sens direct ou indirect à partir des points tropiques équinoxiaux.

Degrés	Correspondance	Degrés	Correspondance
5	4,589	50	47,553
10	9,189	55	52,647
15	13,810	60	57,817
20	18,465	65	63,056
25	23,161	70	68,360
30	27,909	75	73,718
35	32,716	80	79,120
40	37,589	85	84,552
45	42,533		

Le calendrier.

Il est préférable de ménager un espace entre l'écliptique au niveau du tropique du Capricorne et le calendrier.

Sur l'exemple cela donne concrètement un rayon de 8 cm pour le cercle intérieur de la graduation du calendrier et un rayon de 8,8 cm pour l'extérieur.

Le tableau intitulé «calendrier» donne les angles correspondants aux jours (de 5 en 5). Il s'initialise avec le premier janvier à 10° de l'axe méridien (18 h 40 min d'ascension droite).

Calendrier			
Dates	Degrés	Dates	Degrés
1 Janvier	0	1 Juillet	178,520
5	3,945	5	182,466
10	8,877	10	187,397
15	13,808	15	192,329
20	18,740	20	197,260
25	23,671	25	202,192
30	28,601	30	207,123
1 Février	30,575	1 Août	209,096
5	34,520	5	213,041
10	39,452	10	217,973
15	44,383	15	222,904
20	49,315	20	227,836
25	54,246	25	232,767
1 Mars	58,192	30	237,699
5	62,137	1 Septembre	239,671
10	67,068	5	243,616
15	72,000	10	248,548
20	76,931	15	253,479
25	81,863	20	258,411
30	86,794	25	263,342
1 Avril	88,767	30	268,274
5	92,712	1 Octobre	269,260
10	97,644	5	273,205
15	102,575	10	278,137
20	107,507	15	283,068
25	112,438	20	288,000
30	117,370	25	292,931
1 Mai	118,356	30	297,863
5	122,301	1 Novembre	299,836
10	127,233	5	303,781
15	132,164	10	308,712
20	137,096	15	313,644
25	142,027	20	318,575
30	146,959	25	323,507
1 Juin	148,931	30	328,438
5	152,877	1 Décembre	329,425
10	157,808	5	333,370
15	162,740	10	338,301
20	167,671	15	343,233
25	172,603	20	348,164
30	177,534	25	353,096
		30	358,027



Positionnement des étoiles.

Pour la distance entre l'étoile et le centre de l'instrument, il suffit de procéder comme pour la projection d'un point zénithal. Mais la latitude φ est remplacée par la déclinaison δ .

Par le calcul, la formule est :

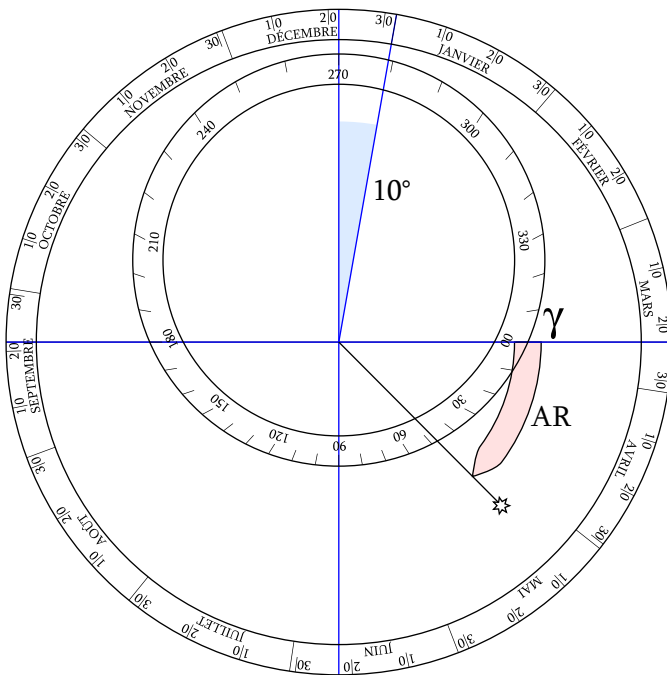
$$R \times \tan \frac{90^\circ - (\pm \delta)}{2}$$

Pour l'ascension droite (AR), il suffit de la convertir en angle que l'on mesure à partir du point vernal.

Les données de 28 étoiles (pour l'année 2050) sont contenues dans le tableau «étoiles».

Le choix des étoiles doit tenir compte de leur facilité de repérage dans le ciel et de leur répartition sur le rète.

Le tracé du rète est fonction de l'objectif : instrument simplifié, reproduction fidèle ou évocation d'une époque.



L'index

Il est gradué en déclinaisons positives ou négatives à partir de l'équateur.

Le tableau «index» donne les distances au centre des déclinaisons de cinq en cinq degrés.

Index (D-C- = distance au centre avec R = 5 cm)					
δ	D-C-	δ	D-C-	δ	D-C-
85	0,22	45	2,07	05	4,58
80	0,44	40	2,33	00	5,00
75	0,66	35	2,60	-05	5,45
70	0,88	30	2,88	-10	5,96
65	1,10	25	3,18	-15	6,51
60	1,34	20	3,50	-20	7,14
55	1,57	15	3,83	-25	7,85
50	1,82	10	4,19	-30	8,66

Étoiles (D-C- = distance au centre avec R = 5 cm)			
Constellations	Noms	Angle	D-C-
α Andromède	Sirrah	002,744	2,924
α Cassiopée	Schedir	010,845	1,490
β Baleine	Deneb Kaitos	011,521	6,846
α Baleine	Menkar	046,225	4,639
α Persée	Mirfak	051,981	1,818
α Taureau	Aldébaran	069,698	3,726
β Orion	Rigel	079,236	5,767
α Cocher	Capella	080,097	2,018
α Lièvre	Arneb	083,734	6,855
α Orion	Bételgeuse	089,470	4,392
α Grand chien	Sirius	101,846	6,729
α Gémeaux	Castor	114,448	2,784
α Petit chien	Procyon	115,489	4,573
α Hydre	Alphard	142,511	5,842
α Coupe	Alkes	165,561	6,954
α Gd- Ourse	Dubbe	166,695	1,271
β Lion	Dénébola	177,909	3,886
α Vierge	L'Épi	201,959	6,111
α Bouvier	Arcturus	214,502	3,570
β Balance	Zuben Elsch-	229,928	5,913
α Cour- Bor-	Gemma	234,200	3,091
α Serpent	Unuk Elhaia	236,682	4,481
α Serpenteaire	Ras Alhague	264,313	4,011
α Lyre	Véga	279,654	2,394
α Aigle	Altaïr	298,298	4,270
α Capricorne	Gredi	305,205	6,217
δ Capricorne	Scheddih	327,444	6,622
α Pégase	Markab	346,813	3,804